PRÁCTICAS DE ELECTRICIDAD

SIMULACIÓN DE PROBLEMAS ELECTROSTÁTICOS

Créditos del material utilizado: ***Versión para imprimir:***

Davidson physics | WebPhysics | MIT Physics 8.02 ELECTRICITY & MAGNETISM | Curso de física por ordenador A. Franco García

1 Introducción

Una de las dificultades asociadas al estudio de los campos eléctricos es la imposibilidad de ver realmente las líneas de fuerza ni las cargas eléctricas que los crean.

En la práctica 2, se obtuvieron experimentalmente las líneas de campo eléctrico y las líneas equipotenciales de una configuración electrostática.

En la presente práctica, se van a obtener resultados equivalentes mediante la simulación de campos eléctricos y gráficos con ordenador.

Por una parte, las grandes posibilidades de representación gráfica con ordenador y la facilidad para cambiar parámetros permiten comprender más fácilmente los problemas.

Por otra parte, la simulación utiliza una representación simplificada que desprecia efectos que a veces pueden afectan al sistema (interferencias, variación de parámetros con la temperatura, contactos deficientes, pequeñas fugas de carga, polarización de materiales, etc.). También se elimina el contacto real con el sistema físico que se quiere estudiar, por lo que es necesario compaginar simulación y experimentación.

Las herramientas de simulación se emplean profusamente en el ámbito industrial y de investigación. Permiten el desarrollo de elementos de forma más eficiente pues reducen el número de prototipos que se deben construir y permiten obtener datos en donde la medida real en un prototipo sería muy difícil o incluso imposible.

En la práctica profesional, un buen técnico debe adoptar una actitud crítica con los resultados obtenidos antes de darlos por válidos y deberá construir algún prototipo para verificar la solución final. Esto se debe a que las herramientas de simulación pueden generar resultados erróneos por:

- una modelización deficiente del problema (no considerar algunos efectos que influyen considerablemente al sistema o introducir erróneamente los datos del sistema);
- inestabilidades numéricas (los algoritmos y modelos matemáticos empleados dejan de funcionar correctamente en algunas circunstancias). La resolución de algunos problemas electromagnéticos puede requerir gran precisión de cálculo para obtener soluciones correctas.

Durante la sesión de prácticas únicamente se realizarán los apartados marcados con el símbolo ✍, para no alargarla excesivamente. El resto de apartados que aparecen en este guión se han incluido como ejercicios para hacer en casa que pueden ayudar a afianzar los conceptos vistos en clase. La práctica se puede consultar en Internet en las direcciones:

add.unizar.es/126_13700/electricidad.htm o **add.unizar.es/126_21107/electricidad.htm** o **www.unizar.es/icee04/electricidad.htm** (servidores para electrónicos, eléctricos y de reserva)

NOTA: si el navegador muestra incorrectamente los caracteres acentuados, haga click con el ratón en la parte en dónde aparecen símbolos extraños y presione tecla “F5”.

2 Objetivos:

- ✓ Afianzar los conceptos de campo eléctrico $\vec{E}$ y potencial eléctrico V.
- ✓ Comprender la equivalencia de la representación de líneas de campo eléctrico, líneas equipotenciales y vectores de campo.
- ✓ Experimentar con el campo $\vec{E}$ y el potencial eléctrico V que crean distintas configuraciones de cargas.
- ✓ Observar el principio de superposición a través de un pequeño juego. Comprobar que en la mayoría de casos, sólo afectan significativamente las cargas más próximas porque las interacciones entre cargas puntuales disminuyen con $^1/_{r^2}$.
- ✓ Afianzar el concepto de flujo eléctrico y practicar con su cálculo. Comprobar la ley de Gauss en el vacío y aplicarla para detectar el valor o la posición de las cargas.
- ✓ Estudiar el fenómeno del apantallamiento y de las cargas inducidas en conductores.

3 Conocimientos requeridos

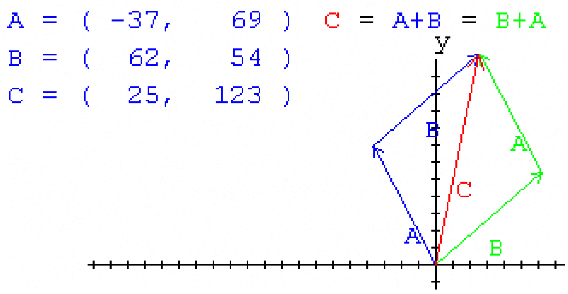
El estudiante debe manejar con soltura la geometría, vectores, integración y debe estar familiarizado con el vector intensidad de campo eléctrico $\vec{E}$, líneas de fuerza de un campo eléctrico, el potencial eléctrico puntual V y superficies equipotenciales. Debe conocer el concepto de flujo eléctrico y debe saber aplicar la ley de Gauss. También son convenientes nociones básicas de manejo del ordenador e internet. Se recomienda traer ***calculadora*** para realizar la práctica.

4 Repaso de conceptos[1]

En este apartado opcional se pueden revisar conceptos como la suma y el producto escalar de vectores y el concepto de fuerzas conservativas.

4.1 Ejercicios preparatorios.

i. Pulse sobre el enlace "*Suma de vectores*" de la barra de navegación izquierda. Pinchar sobre un punto del recuadro gris y sin soltar, arrastrar para dibujar un vector $\vec{A}$. Repetir el proceso para dibujar el segundo vector $\vec{B}$. Observar que los vectores se pueden desplazar en el plano, pero no se pueden rotar, alargar o encoger[2].



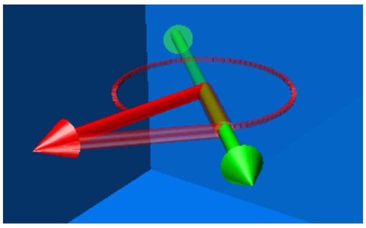
ii. Pulse sobre el enlace "*Producto escalar*" de la barra de navegación izquierda. Calcular para la situación inicial el ángulo entre los dos vectores.

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left|\vec{A}\right| \left|\vec{B}\right| \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\left|\vec{A}\right| \left|\vec{B}\right|}$$

1 Los apartados 4, 8 y 9 no se realizarán durante la sesión de prácticas, pero se recomienda a los alumnos que los realicen como preparación de la sesión.
2 En todo caso se podrían girar todos los vectores un mismo ángulo –equivalente a una rotación del sistema de coordenadas– o aplicar un factor de escala a todos los vectores –equivalente a utilizar otras unidades para medir los vectores–.

iii. Pulse sobre el enlace "*Producto escalar 3D*" de la barra de navegación izquierda. Con las teclas de dirección ← y → puede variar el ángulo entre los vectores.

El punto de vista se puede cambiar arrastrando el ratón con el botón izquierdo pulsando (si además mantenemos pulsado la tecla *Ctrl*, nos alejamos o acercamos y si movemos el ratón con el botón derecho pulsado, desplazamos el sistema).



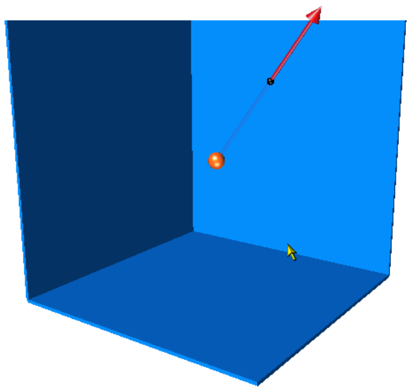
El producto escalar se puede considerar el producto de la longitud del vector verde por la proyección del vector rojo sobre el verde

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \pm\left|\vec{A}\right|\cdot\left(\text{Proyección de } \vec{B} \text{ sobre } \vec{A}\right)$$

5 <u>Ley de Coulomb</u>

En este apartado, se revisarán la Ley de Coulomb como interacción a distancia entre pares de cargas.

i. Pulse sobre el enlace "*Ley de Coulomb*" de la barra de navegación izquierda. Con las teclas de dirección ←↑↓→ puede variar la posición de la carga de prueba. El punto de vista se puede cambiar pulsando y arrastrando el ratón a la vez.

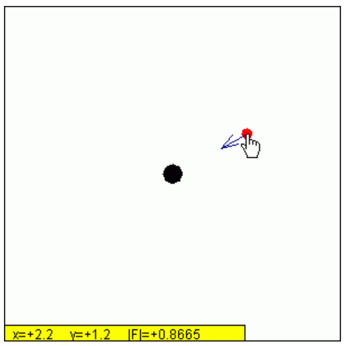


Constatar que la fuerza de Coulomb tiene la dirección de la recta que une las dos cargas y es de repulsión para cargas del mismo tipo.

Comprobar a ojo que al disminuir la distancia a la mitad, el vector fuerza sobre la carga pequeña aumenta aproximadamente cuatro veces.

ii. Pulse sobre el enlace "*Calcula la carga*" de la barra de navegación izquierda. Disponemos de una partícula cargada fija (en negro) en el centro del sistema.

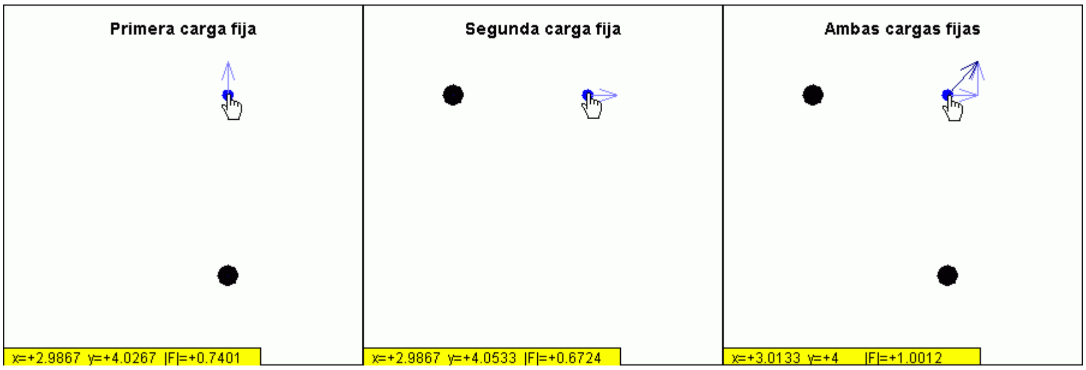
Podemos mover una pequeña carga de 1 μC (en rojo) pinchando sobre ella y arrastrándola. El vector representa la fuerza que experimenta dicha partícula y en la esquina inferior izquierda se muestra la posición en metros y la fuerza en newtons sobre la partícula móvil. Calcular el valor de la carga negra situada en el centro.



$$r^2 = x^2 + y^2 = (2{,}2\ \text{m})^2 + (1{,}2\ \text{m})^2 = 6{,}28\ \text{m}^2$$

$$Q = \frac{\left|\vec{F}\right|\cdot r^2}{K\cdot q} = \frac{0{,}8665\ \text{N}\cdot 6{,}28\ \text{m}^2}{9 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot 10^{-6}\ \text{C}} = 605\ \mu\text{C}$$

iv. Pulse sobre el enlace "*Ejercicio de superposición*" de la barra de navegación izquierda. Vamos a estudiar un sistema formado por dos cargas fijas y una carga de prueba móvil (en la parte inferior del recuadro aparece su posición en metros y la fuerza que experimenta en newtons). Puede observar separadamente la fuerza debida a la primera carga, a la segunda o a ambas cuando actúan simultáneamente sobre la carga de prueba.



Observe separadamente la fuerza debida a la primera carga, a la segunda o a ambas cuando actúan simultáneamente sobre la carga de prueba. Responda a las siguientes cuestiones relativas al sistema con las dos cargas:

a) Determine la fuerza neta sobre la carga de prueba cuando está en el punto inicial (3 m, 4 m) a partir de las fuerzas debidas por separado a la primera y segunda carga.

$$\left|\vec{F}_1\right| = 0,7401\ \text{N}; \quad \left|\vec{F}_2\right| = 0,6724\ \text{N}; \quad \left|\vec{F}_{\substack{\text{ambas}\\\text{cargas}}}\right| = 1,0012\ \text{N};$$

$$\begin{array}{c}\text{Comprobación:}\\ \vec{F}_1 \perp \vec{F}_2\end{array} \left\{\begin{array}{l} \left|\vec{F}_{\substack{\text{ambas}\\\text{cargas}}}\right|^2 = 1,0024 \\ \left|\vec{F}_1\right|^2 + \left|\vec{F}_2\right|^2 = 0,5478 + 0,4521 = 0,9999 \end{array}\right.$$

b) Obtenga la fuerza neta sobre la carga de prueba cuando se sitúa a mitad de camino entre las cargas fijas -punto (1,5 m; 2 m)- a partir de las fuerzas debidas a la primera y a la segunda carga por separado. Comparar con el resultado obtenido con ambas.

$$\left|\vec{F}_1\right| = \text{.............}\ \text{N}; \quad \left|\vec{F}_2\right| = \text{............}\ \text{N}; \quad \left|\vec{F}_{\substack{\text{ambas}\\\text{cargas}}}\right| = \text{..............}\ \text{N};$$

$$\begin{array}{c}\text{Comprobación:}\\ \vec{F}_1 \text{ opuesta a } \vec{F}_2\end{array} \left\{\begin{array}{l} \left|\vec{F}_{\substack{\text{ambas}\\\text{cargas}}}\right| = \text{..............} \\ \left|\vec{F}_1\right| - \left|\vec{F}_2\right| = \text{.............} - \text{.............} = \text{...............} \end{array}\right.$$

c) ¿Hay punto(s) donde la fuerza total sobre la carga de prueba sea nula? Si es así, anote las coordenadas de algún punto que cumpla dicha condición.

v. Pulse sobre el enlace "*¿Signo de las cargas?*" de la barra de navegación izquierda. Deducir el signo de las seis cargas (para ello se pueden mover tanto las cargas negras como la carga de prueba positiva).

a) ¿Podrías deducir el signo de las cargas únicamente viendo los vectores de campo eléctrico alrededor de las cargas? Pulsa el enlace "*Muestra vectores de campo*" para tener más pistas.

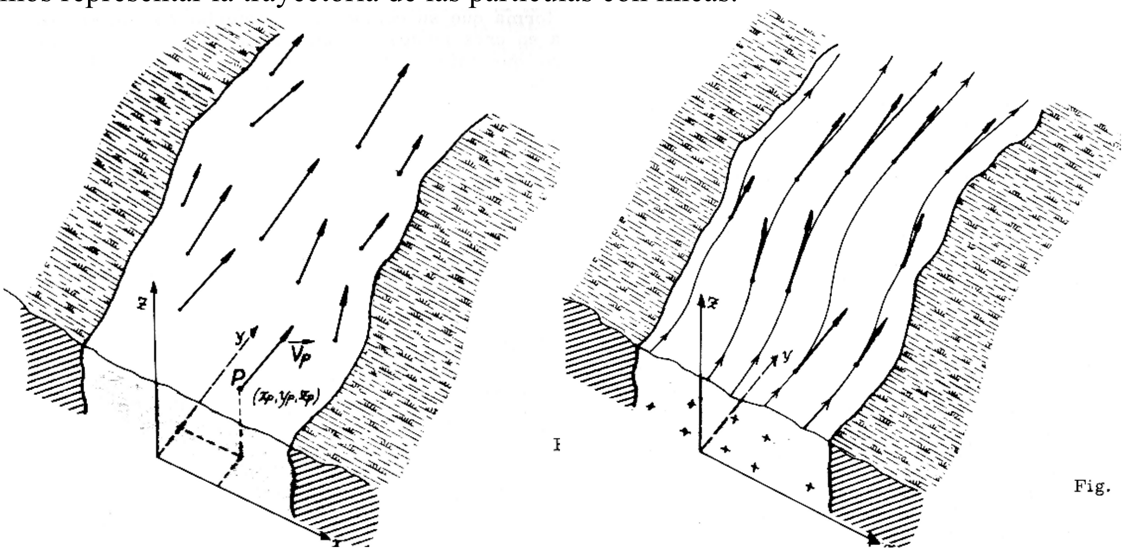
6 Campo eléctrico

La Ley de Coulomb explica las interacciones electrostáticas como fuerzas a distancia. Esto tiene algunas desventajas, como que estas fuerzas a distancia son instantáneas (según esto, las interacciones electrostáticas se propagarían a velocidad infinita) y que dificulta el estudio de problemas con cargas distribuidas en superficies y volúmenes. El concepto de campo eléctrico permite resolver problemas que con la ley de Coulomb sería imposible y representa más fielmente el comportamiento eléctrico de la naturaleza.

El campo eléctrico se representa con líneas de campo o con vectores de campo, pero ambas representaciones son equivalentes. Mientras que las líneas de campo son más adecuadas para dibujarlas a mano, las gráficas por ordenador permiten dibujar los vectores de campo en cada punto, codificando la magnitud del vector por colores (negro indica el máximo valor del campo y azul tenue un campo débil).

6.1 Analogía de un campo vectorial con la velocidad de un fluido

En cada punto del cauce de un río, la velocidad de una molécula de agua se puede representar con un vector. Por tanto, a cada punto P del fluido le corresponde un vector velocidad $\vec{v}$ (x, y, z) y podríamos representar la trayectoria de las partículas con líneas.



6.2 Representación matemática de un campo vectorial

El campo eléctrico $\vec{\mathrm{E}}$ en un punto representa el ratio entre la fuerza eléctrica que experimentaría una carga cuando la colocamos en ese punto y el valor de la carga. Como la fuerza tiene magnitud (módulo), dirección y sentido, al dividirla por el valor de la carga obtenemos otro vector: $\vec{\mathrm{E}}=\vec{\mathrm{F}}_e / q$

Por tanto, el campo eléctrico $\vec{\mathrm{E}}$ se puede representar matemáticamente como una función que nos devuelve un vector (tres coordenadas) y cuyos parámetros son las coordenadas del punto donde queremos conocer su valor. La forma habitual de representar un vector es por sus componentes:

$$\vec{\mathrm{E}}(x,y,z) = \mathrm{E}_x(x,y,z)\,\vec{\mathrm{u}}_x + \mathrm{E}_y(x,y,z)\,\vec{\mathrm{u}}_y + \mathrm{E}_z(x,y,z)\,\vec{\mathrm{u}}_z\,.$$

i. Pulse sobre el enlace “*Enfoque matemático*” de la barra de navegación (dentro del apartado “*Campo Eléctrico* $\vec{\mathrm{E}}$”). A continuación nos aparecerá una animación en la cual podemos introducir la fórmula matemática[3] de las componentes E_x y E_y. Cuando pulsamos el botón “actualizar campo eléctrico”, el ordenador dibuja los vectores de campo correspondientes a las componentes introducidas[4].

[3] Este programa trabaja internamente sólo con números y supone que todas las expresiones están en unidades base del S.I. Por tanto, debemos introducir la fórmula de las componentes sin añadir las unidades al final.
[4] La animación sólo representa las componentes E_x y E_y en el plano de la pantalla, pero el mismo concepto se puede extender al espacio tridimensional

Por defecto, la expresión inicial de las componentes[5] es:

$$\mathrm{E_x}(x,\ y,\ z) = \mathrm{x} \Big/ (x*x\ +\ y*y) \wedge \left(3/2\right) = \frac{x}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}} \approx K\frac{q}{\left(x^2+y^2\right)}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} = K\frac{q}{\left(x^2+y^2\right)}\cos(\theta)$$

$$\mathrm{E_y}(x,\ y,\ z) = \mathrm{y} \Big/ (x*x\ +\ y*y) \wedge \left(3/2\right) = \frac{y}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}} \approx K\frac{q}{\left(x^2+y^2\right)}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} = K\frac{q}{\left(x^2+y^2\right)}\sin(\theta)$$

Por ejemplo, si introducimos $E_x = 3$ y $E_y = 4$, obtendremos un campo eléctrico uniforme que forma un ángulo:

$$\theta = \arctan\left(E_y / E_x\right) = \arctan\left(4/3\right) = 0{,}927 rad = 51^{\circ}$$

6.3 Campo eléctrico $\vec{E}$ como fuerza eléctrica por unidad de carga

Usualmente se utiliza una carga de prueba q_p para "medir" o "calcular" el campo eléctrico.

iii. Pulse sobre el enlace "*Juego con cargas*" de la barra de navegación izquierda. El objetivo de este pasatiempo es conseguir que una carga móvil describa una trayectoria sin chocar con una barrera hasta que impacte en la portería. Para ello es necesario situar varias cargas estratégicamente.

La fuerza total que experimenta la carga móvil es la suma de las fuerzas que cada carga ejercería individualmente. Cuando la carga móvil está cerca de otra carga, el efecto de las demás se puede despreciar porque las fuerzas culombianas disminuyen muy rápidamente con la distancia. Por tanto, podemos modificar la trayectoria si colocamos alguna carga cerca de ella. También hay que tener en cuenta que la carga móvil tiene masa y momento de inercia y la trayectoria que sigue tiene mayor radio de curvatura que las líneas de fuerza.

b) Describa cómo lo ha hecho. ¿Cuál es el signo de la carga móvil?

vi. Pulse sobre el enlace "*Calcula la carga*" de la barra de navegación izquierda, en el apartado del campo eléctrico $\vec{\mathrm{E}}$. Se dispone de una carga de prueba de 1 nC.

a) Deducir el valor de la carga puntual negra a partir del valor de $\vec{\mathrm{E}}$ y de la distancia a la carga (para ver la distancia a la carga negra, pulsar sobre la carga de prueba roja).

b) ¿Esta carga es debida a un exceso o a un déficit de electrones?

c) Calcular el número de electrones de más o de menos que se precisan para producir el campo observado.

7 Líneas de campo eléctrico

Hay diversas posibilidades para representar el campo eléctrico creado por una distribución de cargas. Ya hemos visto cómo hacerlo mediante los vectores de campo, pero es muy laborioso dibujarlos a mano y requerirían muchos lápices de colores. En muchas ocasiones se utilizan las líneas de campo como alternativa, que son más fáciles de dibujar a mano y que, además, corresponden al concepto de líneas de fuerza que desarrolló Michael Faraday. En el diagrama de líneas de campo, la concentración espacial de líneas es utilizada, al menos de forma cualitativa, para dar una idea del módulo del campo $\left|\vec{\mathrm{E}}\right|$. Las flechas indican la dirección y sentido del campo $\vec{\mathrm{E}}$.

iv. Pulse sobre el enlace "*Vectores ⇔ Líneas*" de la barra de navegación izquierda, en el apartado de líneas de campo eléctrico $\vec{\mathrm{E}}$.

[5] La sintaxis matemática que utiliza el programa es la habitual de los programas informáticos: la multiplicación se indica con asterisco * y la exponenciación con acento circunflejo ^. Las funciones matemáticas se indican con el acrónimo en inglés (*sin* para indicar seno, *tan* para tangente, *ln* para logaritmo).

a) Seleccione la *Configuración A* y cambie entre la representación por vectores y la representación por líneas de campo. ¿Qué similitudes y diferencias encuentra entre ambas representaciones?

b) Con la *Configuración A* seleccionada, mueva ahora la carga de un lado a otro y observe cómo van cambiando las líneas. Las líneas de campo se dibujan de forma que siempre son tangentes al vector campo en el punto que se considere. Compuébelo fijándose en un punto concreto y conmutando entre representación por vectores y por líneas.

c) Considere ahora la *Configuración B* y fíjese en las dos representaciones, por vectores y por líneas. Mueva las cargas de una lado a otro para ver si puede conocer cuál es el valor neto de la carga total de la distribución (puede poner las cargas una encima de otra).

8 Nuevo enfoque asociado al campo eléctrico[6]

Para aplicar Coulomb necesitamos al menos dos cargas. En la interpretación de fuerzas a distancia, se necesita *siempre* una carga para que se manifieste la fuerza. Si no tenemos una carga sobre la cual podemos medir la fuerza electrostática, no se produce ninguna interacción.

En la interpretación de campo $\vec{E}$, éste existe aunque no haya cargas sobre las que se manifieste su efecto (por ejemplo, en el vacío). Por tanto, el campo $\vec{E}$ es una propiedad del espacio debida a cargas eléctricas.

Una posible interpretación es considerar que las líneas de fuerza del campo $\vec{E}$ se deforman en presencia de cargas, comprimiéndose o estirándose, generando una "presión eléctrica" sobre la carga que finalmente experimenta una fuerza. En los vídeos de esta sección se incluyen algunas animaciones que explican este nuevo enfoque. Algunas teorías sugieren que las fuerzas eléctricas serían debidas a algún tipo de intercambio de fotones entre cargas, que se mueven a la velocidad de la luz (esto explicaría la velocidad de propagación del campo eléctrico y que las fuerzas disminuyan con el inverso del cuadrado de la distancia).

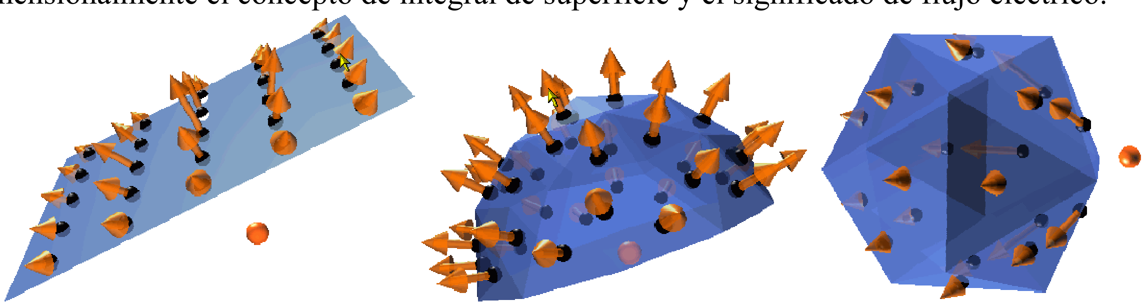
9 Cargas distribuidas[6]

Las animaciones de este apartado muestran cómo se puede calcular el campo total creado por distribuciones lineales de carga. El hilo cargado se divide en trozos pequeños, donde cada trozo crea una contribución al campo eléctrico $d\vec{E}$ y que se representa por los pequeños vectores de la imagen. Al sumar cada uno de estos vectores, se obtiene el campo total debido al conjunto de la carga.

$$\vec{E}=\int_{\substack{\text{distribución}\\ \text{de carga}}} d\vec{E} = \text{Suma (infinitesimal) de vectores } d\vec{E}$$

10 Ley de Gauss

En este apartado se aplicará la Ley de Gauss. En el primer apartado se explorará tridimensionalmente el concepto de integral de superficie y el significado de flujo eléctrico.



[6] Estos apartados son opcionales y se han incluido para ayudar a aclarar el concepto de campo eléctrico. Es sólo informativo y se recomienda realizarlo como preparación antes de la sesión de prácticas.

i. Pulsar sobre el enlace "*Integral de superficie*" de la barra de navegación izquierda. Con las teclas de dirección ← ↑↓→ puede variar la posición de la carga de prueba.

El punto de vista se puede cambiar arrastrando el ratón con el botón izquierdo pulsando (si además mantenemos pulsado la tecla *Ctrl*, nos alejamos o acercamos y si movemos el ratón con el botón derecho pulsado, desplazamos el sistema).

Considere el concepto de integral de superficie, en donde no sólo importa el módulo del campo eléctrico sino también la orientación que tiene $\vec{E}$ con la superficie $\left(d\vec{S} = \vec{n}\cdot dS\right)$. Además, el módulo $\left|\vec{E}\right|$ y la orientación relativa entre $\vec{E}$ y $d\vec{S}$ pueden cambiar de un punto a otro de la superficie, tal como ocurre en las animaciones.

a) Estime el valor de la carga. Para ello pulse "*Toggle surface*" hasta que aparezca una superficie cerrada y mueva la carga (con las teclas de cursor) hasta que esté dentro de la superficie cerrada. El valor del flujo eléctrico Φ_E aparece dentro del cuadro blanco.

En el resto de animaciones, sólo se verá un corte por un plano de la superficie cerrada de Gauss, tal como se hace en clase. Por ejemplo, si utilizamos una superficie esférica, al cortar el sistema por un plano la superficie se representa por un círculo. El estudiante se tiene que imaginar la situación tridimensional, puesto que para aplicar la Ley de Gauss siempre tenemos que considerar una superficie cerrada.

ii. Pulse sobre el enlace "*Ley de Gauss*" de la barra de navegación izquierda. La animación muestra en dos dimensiones una parte del mundo tridimensional (realmente se representa el plano de corte que pasa por las cargas y por el centro de la superficie gausiana).

La barra gráfica de la izquierda muestra el flujo del vector intensidad de campo eléctrico $\vec{E}$, Φ_E, a través de cuatro superficies gausianas[7].

Observe que la animación muestra el plano de corte que pasa por las cargas y por el centro de las superficies gausianas. Tendrá que imaginar que los círculos que se presentan son esferas y que los cuadrados son cajas. El flujo, en términos cualitativos, es una medida del número neto de líneas de campo eléctrico $\vec{E}$ que atraviesan una superficie dada. Si elige la representación de líneas de campo $\vec{E}$, puede observar que cuando el flujo a través de una superficie gausiana es cero es porque el mismo número de líneas de campo $\vec{E}$ que entran por una parte, salen por la otra y por tanto el número neto de líneas es $x + (-x) = 0$.

El flujo del campo eléctrico $\vec{E}$ se calcula matemáticamente con la integral de superficie siguiente :

$$\Phi_E = \int_{Sup.cerrada} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{Sup.cerrada} \left|\vec{E}\right| \left|d\vec{S}\right| \cos(\theta)$$

siendo $\vec{E}$ el campo eléctrico y $d\vec{S}$ el vector elemento de área o superficie (normal y hacia el exterior de la superficie, si ésta es cerrada). El ángulo formado por el campo y la normal a la superficie lo hemos designado por θ.

La Ley de Gauss en el vacío relaciona el flujo a través de una superficie (gausiana) cerrada con la carga neta que hay en su interior ($q_{encerrada}$):

$$\Phi_E = \int_{Sup.cerrada} \vec{E}\cdot d\vec{S} = q_{encerrada} / \varepsilon_0$$

donde ε_0 es una constante denominada permitividad del vacío ($8{,}85\ 10^{-12}\ C^2/Nm^2$).

Comience moviendo la superficie gausiana de color verde. Fíjese en cómo cambia el valor del flujo según que la superficie englobe a la carga o la carga quede fuera de la superficie. Es

[7] Las unidades utilizadas en la animación son las fundamentales del S.I.: la posición se mide en metros, el campo eléctrico se mide en *N/C* y flujo del campo eléctrico en $N\,m^2/C$.

interesante destacar que el flujo no depende del tamaño o forma de la superficie, lo que importa es cuánta carga encierra dicha superficie. Si la superficie encierra a la carga, el flujo coincide con el valor de la carga dividida por ε_0. Si la superficie no encierra carga el flujo es simplemente cero. Observe que tanto la superficie verde como la roja pueden encerrar o no a la carga, con lo cual los flujos a través de ambas deben coincidir, como así ocurre. Pero sólo cuando la superficie está centrada en la carga es fácil utilizar la Ley de Gauss para calcular el campo eléctrico. Cuando la esfera está centrada en la carga, que el campo es normal a la superficie y su módulo es constante en los puntos de la esfera (equidistantes de la carga) y es fácil obtener que:

$$\Phi_E = \int_{Sup.cerrada} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{\text{Esfera centrada en la carga}} \left|\vec{E}\right|\left|d\vec{S}\right|\cos(0) \underset{\cos(0)=1}{=} \int_{\text{Esfera}} \left|\vec{E}\right|\left|d\vec{S}\right| \underset{\left|\vec{E}\right|=cte}{=} \left|\vec{E}\right| \int_{\text{Esfera}} \left|d\vec{S}\right| = E\cdot S_{esfera}\,.$$

Mueva la superficie hacia regiones en que el flujo sea cero. El campo en los puntos de la superficie no es cero y, sin embargo, el flujo es cero. ¿Cómo puede ser así? Si pensamos en términos de líneas de campo (como si de un fluido se tratara, pues el término flujo fue introducido en el estudio de los fluidos) cuando la carga está fuera hay líneas que entran y vuelven a salir. La definición de flujo nos da un signo que es negativo cuando el campo penetra en la superficie y positivo cuando sale. Cuando la carga está dentro de la superficie, sólo hay líneas de campo salientes (si la carga es positiva, entrantes si es negativa) y el flujo neto es distinto de cero. Cuando la simetría de la superficie gausiana está muy alejada de la simetría del campo, es difícil determinar el campo a partir de la Ley de Gauss.

Finalmente pase a estudiar un sistema con dos cargas utilizando la superficie azul. Fíjese en qué sucede cuando la superficie encierra a una sola carga y cuando encierra a las dos.

vii. Pulse sobre el enlace "*Simetría y Ley de Gauss*" de la barra de navegación izquierda.

La Ley de Gauss en el vacío se cumple siempre: $\Phi_E = \int_{Sup.cerrada} \vec{E}\cdot d\vec{S} = q_{encerrada}/\varepsilon_0$, pero sólo en casos de simetría es útil, por sí sola, para determinar analíticamente el campo eléctrico.

Para calcular $\vec{E}$ debemos poderlo sacar fuera de la integral:

$$\Phi_E = \int_{Sup.cerrada} \vec{E}\cdot d\vec{S} \underset{\substack{\left|\vec{E}\right|=cte \\ \theta=cte}}{\overset{¿?}{=}} \left|\vec{E}\right|\cos(\theta)\int_{\text{Sup. con flujo no nulo}} |d\vec{S}| = E\cdot S_{\substack{\text{S por donde} \\ \text{hay flujo}}}$$

pero esto ocurre solamente si se mantiene $\left|\vec{E}\right|$ y θ constante sobre toda la superficie gausiana. Aquí es donde interviene la simetría. Si esta simetría es suficientemente acusada como, es posible seleccionar una superficie gausiana en que el módulo del campo eléctrico $\left|\vec{E}\right|$ y el ángulo θ (que forma $\vec{E}$ con la normal $\vec{n}$) se mantenga constante. En ese caso, la aplicación de la Ley de Gauss conducirá directamente a la determinación del campo eléctrico[7]. En la práctica, esto significa escoger una superficie gausiana con la misma simetría que el campo.

Considere una esfera alrededor de la carga puntual. La carga de prueba en azul muestra la dirección y sentido del campo eléctrico. Se muestra asimismo un vector, móvil, según la normal a la superficie.

b) Calcule $\vec{E}\cdot d\vec{S} = \left|\vec{E}\right|\left|d\vec{S}\right|\cos(\theta)$ (ponga $\left|d\vec{S}\right| = 1$) moviendo el vector normal sobre la superficie y colocando la carga de prueba en tres puntos diferentes (lea el valor de la intensidad del campo en el recuadro amarillo). ¿Se obtienen los mismos valores? ¿Por qué o por qué no?

Ponga ahora una caja alrededor de la carga puntual. Asociado a la carga de prueba puede verse el vector campo y el menor ángulo (en grados) formado por el campo con el eje vertical. El vector en rojo (uno para cada lado) muestra el vector normal a la caja.

c) Calcule $\vec{E}\cdot d\vec{S}=|\vec{E}|\,|d\vec{S}|\cos(\theta)$ (ponga $|d\vec{S}|$ =1) moviendo el vector normal sobre la superficie y colocando la carga de prueba en tres puntos diferentes de la superficie superior. ¿Se obtienen los mismos valores? ¿Por qué o por qué no?

d) Teniendo en cuenta su respuesta al apartado anterior, ¿puede valorar si es mejor la esfera o la caja como superficie gausiana que permita una determinación sencilla del flujo?

Pasemos a otra configuración de carga. Ponga una esfera alrededor de un plano cargado (suponga que los círculos grises constituyen alambres que se extienden hasta el infinito, hacia dentro y hacia fuera del plano de la pantalla, para crear un plano cargado del cual sólo ve su sección transversal).

e) ¿Son prácticamente constantes los valores de $\vec{E}\cdot d\vec{S}=|\vec{E}|\,|d\vec{S}|\cos(\theta)$ en tres puntos cualesquiera de la superficie gausiana?

f) Explique, entonces, por qué no utilizaría una esfera para esta configuración de carga.

Ponga ahora una caja alrededor del plano cargado.

g) ¿Son prácticamente constantes los valores de $\vec{E}\cdot d\vec{S}=|\vec{E}|\,|d\vec{S}|\cos(\theta)$ en tres puntos cualesquiera de la parte superior?

h) ¿Y qué ocurre en las superficies laterales (verticales)?

Utilizando una caja para el plano cargado, se obtiene que $\vec{E}\cdot d\vec{S}=|\vec{E}|\,|d\vec{S}|\cos(\theta)$ es constante para cada superficie parcial (caras superior, inferior y caras laterales). Esto significa que puede escribirse:

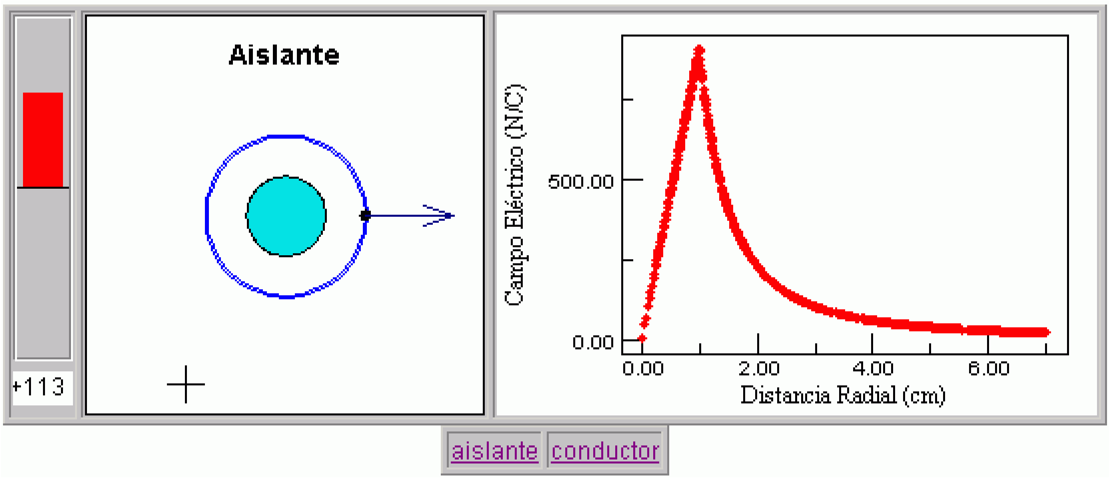
$$\int_{Caja} \vec{E}\cdot d\vec{S} \underset{\substack{\text{No hay flujo}\\ \text{en la paredes}\\ \text{verticales}}}{=} \int_{\text{Tapa superior e inferior}} |\vec{E}|\,|d\vec{S}|\cos(0) \underset{\cos(0)=1}{=} \int_{\text{Tapas}} |\vec{E}|\,|d\vec{S}| \underset{|\vec{E}|=cte}{=} |\vec{E}|\int_{\text{Tapas}} |d\vec{S}| = E\cdot S_{\substack{\text{superficies}\\ \text{donde } \vec{E}\,\parallel\, d\vec{S}}}$$

Utilice la Ley de Gauss para demostrar que el campo eléctrico de un plano cargado con una densidad σ (C/m^2) de carga es: $|\vec{E}| = \sigma/(2\,\varepsilon_0)$; para ello deberá utilizar el conocimiento que ya tiene sobre la simetría del campo; en particular, que es perpendicular al plano y saliendo de él si la carga es positiva. Puede que le confunda el 2 en el denominador, pues cuando se habla del campo de un plano metálico cargado dicho factor no está. Si se da carga a un plano metálico, se forman dos superficies cargadas (separadas por el espesor pequeño del metal, en cuyo interior no hay carga y el campo es nulo). El campo de un plano metálico cargado es: $|\vec{E}| = \sigma/\varepsilon_0$. Obsérvese que, en ambos casos (plano cargado o plano metálico cargado), el campo es homogéneo en cada semiespacio.

viii. Pulse sobre el enlace "*Ordene las cargas* " de la barra de navegación izquierda y "*Configuración 1*" debajo de la animación. El círculo que aparece dibujado representa una esfera cortada por el plano donde se ha colocado las cargas. A la izquierda de la animación, aparece una barra que indica el valor y signo del flujo eléctrico a través de la esfera. Estime el valor de cada carga y ordénelas por su valor numérico.

x. Pulse sobre el enlace "*Esferas cargadas I* " de la barra de navegación izquierda.

¿Cuál es la diferencia entre los campos eléctricos de una esfera cargada en volumen uniformemente (una esfera no conductora) y una esfera metálica cargada? Mueva la carga de prueba para registrar la intensidad de campo eléctrico en función de la distancia al centro de la esfera.



a) Compare los campos eléctricos dentro y fuera de las dos esferas. ¿Qué semejanzas y diferencias encuentra (la carga total de las dos esferas es la misma)?

Pruebe a poner una superficie gausiana grande alrededor de la esfera cargada en volumen. La barra gráfica mide el flujo. Ahora pruebe con una gausiana grande alrededor de la esfera metálica.

b) ¿Por qué son iguales los flujos?

c) ¿Cuánta carga es encerrada por la gausiana en cada caso? ¿Cómo lo sabe?

d) ¿Qué valor cree tendrá el flujo a través de una gausiana interior al metal? ¿Por qué? Compruébelo y explique el resultado.

Pruebe ahora con la misma gausiana pequeña interior a la esfera cargada en volumen.

e) ¿Qué valor de flujo se mide?

f) ¿Qué cantidad de carga está encerrada por esta gausiana pequeña?

g) ¿Cuál es la relación entre la carga encerrada y la carga total de la esfera?

h) ¿Por qué coincide la relación entre el volumen de la esfera pequeña (gausiana) y el volumen de la esfera grande (cargada en volumen) con la relación de cargas obtenida en g)?

i) Utilice la Ley de Gauss para determinar el campo eléctrico en los puntos de la esfera gausiana (punto interior a la distribución de carga). Verifique que el valor obtenido coincide con el mostrado en el gráfico.

xi. Pulse sobre el enlace "*Esferas cargadas II* " de la barra de navegación izquierda.

El gráfico muestra el flujo a través de una esfera que se expande. La esfera cargada se representa por un círculo sombreado y la superficie gausiana esférica, con un círculo con doble borde, sin rellenar. Pulse "marcha" para comenzar la expansión.

a) ¿Cuál corresponde a una esfera con carga únicamente en la superficie?

b) ¿Cuál corresponde a una esfera con carga distribuida a lo largo de su volumen?

c) ¿Podrías calcular en los dos casos la carga total de las esferas?

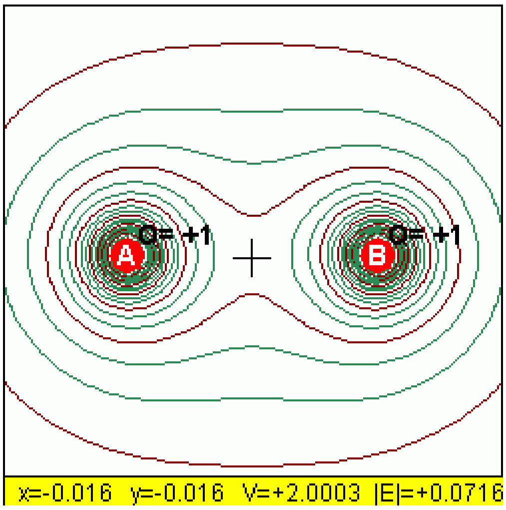
11 Potencial eléctrico

Se puede asociar un potencial a cada punto del espacio sin más que elegir un origen (al que asignamos el valor de referencia 0) y calcular la diferencia de potencial (d.d.p.) entre ese punto de referencia y cualquier otro. Las unidades del potencial son las mismas que la d.d.p. (voltio en S.I.).

$$V_A = V_A - V_{ref} = \frac{W_{ref \to A}}{q} = -\int_{ref}^{A} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

En los programas utilizados en esta práctica, la *referencia de potencial* se ha tomado en el *infinito* (es decir, en un punto muy alejado de las cargas).

- Pulse sobre el enlace "*Potencial debido a esferas cargadas*" de la barra de navegación izquierda.



La animación muestra las curvas equipotenciales correspondientes a dos esferas cargadas. Cuando pincha y arrastra el ratón por la animación, se muestran los valores de la intensidad del campo eléctrico y del potencial (posición en metros, potencial eléctrico en voltios y campo eléctrico en newtons/culombio), tal como se puede ver en la imagen anterior. El origen de potenciales se ha puesto en el infinito (muy lejos de las cargas).

a) Cambie el valor de la carga A de forma que ambas cargas sean iguales en módulo y signo. ¿Hay algún punto en la región mostrada en que el campo eléctrico sea cero? ¿Cuánto vale el potencial en ese punto? ¿Hay alguna contradicción en los valores obtenidos de $|\vec{E}|$ y V?

b) Estudie ahora la situación con cargas iguales en módulo y signos opuestos. ¿Hay algún punto donde el campo sea cero? ¿Y el potencial?

c) Cuando la carga A es igual a la B en valor y signo, ¿dónde tendría que colocar una tercera carga, negativa y del mismo valor, de forma que el potencial en el punto medio entre A y B [en el punto (0, 0)] sea cero? Añada dicha carga y muévala al punto previsto para comprobar su respuesta. ¿Hay algún otro punto en que pueda colocar dicha carga para lograr el mismo efecto?

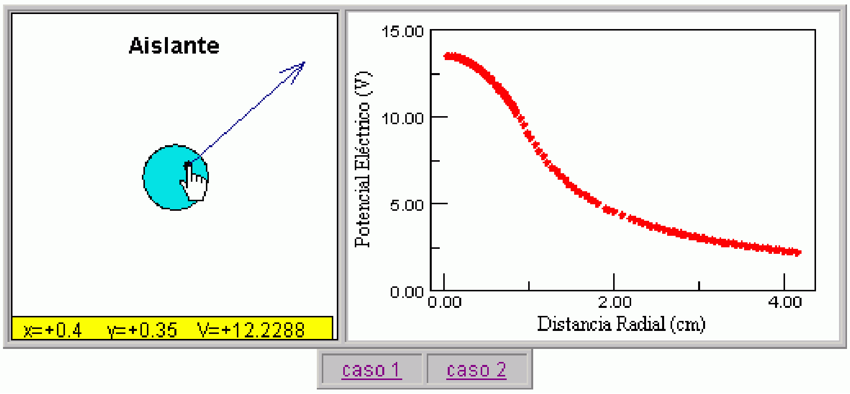
Nota: El potencial eléctrico de una carga, tomando el origen en el infinito, es un escalar proporcional a la carga partido por la distancia desde el punto considerado a la carga en cuestión ($V = K\,q\,/\,r$). El potencial eléctrico en el origen debido a las dos cargas originales es V = K(2Q), ya que r = 1 m. El potencial eléctrico de la tercera carga debe ser V = -K(2Q) si queremos que cancele al de las otras dos. Si la tercera carga vale –2Q, debemos colocarla en cualquier punto que esté a una distancia r = 1 m del origen.

- Pulse sobre el enlace "*Líneas equipotenciales*" de la barra de navegación.

El panel de la izquierda muestra un diagrama vectorial de un campo electrostático. Las flechas representan la orientación del campo y el color está asociado a su intensidad (módulo). El objetivo de este apartado es comprobar la equivalencia entre la representación de los vectores de campo y las líneas equipotenciales (que unen puntos con el mismo potencial). Las líneas equipotenciales se pueden obtener moviendo el lápiz siempre en dirección perpendicular al campo eléctrico $\vec{E}$. Cuanto más intenso sea el campo $\vec{E}$, más juntas estarán las líneas equipotenciales. Por eso habrá más densidad de líneas equipotenciales en los puntos con vectores de campo negros, correspondientes a mayor intensidad de campo eléctrico $|\vec{E}|$.

Después de dibujar el diagrama de líneas equipotenciales correspondiente a la figura de la izquierda, seleccione cuál de los diagramas propuestos (1 a 4) representa mejor dichas líneas equipotenciales.

- Pulse sobre el enlace "*¿Esfera conductora o aislante?*" de la barra de navegación izquierda.



El panel de la izquierda muestra la posición de una carga de prueba y la fuerza que experimenta y en la derecha aparece su potencial. El objetivo de este experimento es determinar el caso que corresponde a la esfera conductora y aislante, y comprobar la expresión obtenida en clase para el potencial de una esfera cargada uniformemente en su volumen.

- Pulse sobre el enlace "Calcule el trabajo" de la barra de navegación izquierda.

La animación muestra un electrón por una región donde actúa un campo eléctrico del que se representan algunas líneas equipotenciales. Ordene de menor a mayor el trabajo efectuado por una fuerza externa para mover al electrón del punto inicial al final en las Animaciones 1 a 5.

12 Apantallamiento

El problema del apantallamiento consiste en evitar que un campo eléctrico $\vec{E}$ creado en una cierta región del espacio afecte a otra. Esto tiene gran importancia práctica, pues el campo eléctrico creado por un circuito puede afectar a otro cercano, produciendo interferencias electromagnéticas.

Para resolver el apantallamiento, hay que basarse en las propiedades de los conductores en equilibrio electrostático:

- Los conductores son equipotenciales.
- El campo en su interior es cero

En ausencia de otros objetos cargados, un conductor se descarga al conectarlo a tierra. Pero si tenemos otros objetos cargados o un campo eléctrico externo, el objeto no se descarga porque las cargas quedan atraídas. Por eso no se puede afirmar que un objeto siempre se descargue al conectarse a tierra. Por ejemplo:

- Un condensador cargado y conectado a tierra sólo por uno de los terminales.
- Carga por inducción electrostática.
- Bola cargada dentro de una jaula de Faraday.

Las técnicas de apantallamiento se basan en el comportamiento de conductores huecos, ya que el campo exterior no afecta al interior, tal como comprobaremos en los siguientes ejercicios.

i. Pulse sobre el enlace “Jaula de Faraday” de la barra de navegación izquierda.

Esta animación representa una carga esférica que se puede mover en el interior o en el exterior de una caja metálica conectada a tierra. El borde exterior de la animación también está conectado a tierra. Al mover la carga, puede observar como quedan confinadas las líneas equipotenciales y los vectores de campo.

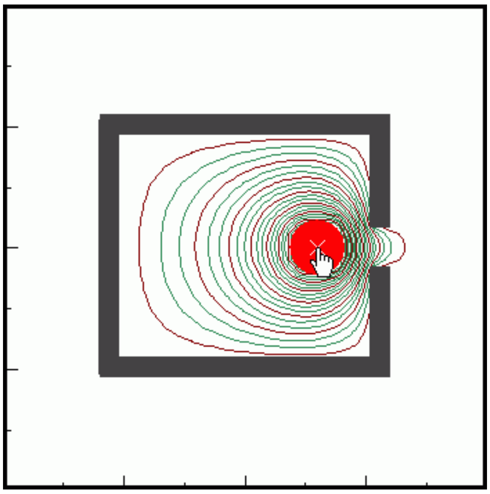
a) Cuando la esfera cargada está dentro del conductor hueco (jaula de Faraday) ¿podemos decir que un conductor conectado a tierra puede confinar el campo eléctrico de las cargas que hay en su interior? ¿Y si no estuviera conectado a tierra?

b) Cuando la esfera está fuera del conductor hueco, ¿podemos decir que un conductor conectado a tierra puede confinar el campo eléctrico de las cargas que hay en su exterior? ¿Y si no estuviera conectado a tierra?

c) Cuando la esfera está justo en la abertura de la caja metálica ¿queda el campo confinado en el interior, en el exterior o se expande por todo el espacio próximo al agujero?.

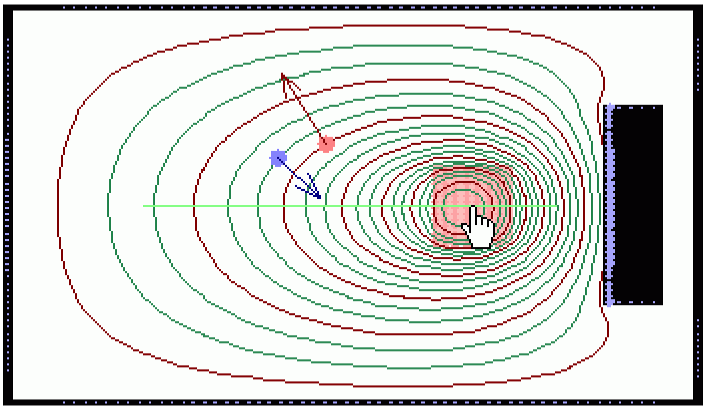
Observación:

A veces, es inevitable que las jaulas de Faraday tengan alguna abertura por donde puede penetrar el campo eléctrico exterior o salir el que se genera en su interior (penetrar o radiar interferencias). Piensa que un circuito, aunque esté dentro de una caja metálica, siempre tendrá que tener un agujero por donde entran los cables y algunas aberturas para permitir su refrigeración. No obstante, habrás podido comprobar que sólo cuando la carga está muy cerca de la abertura no hay confinamiento del campo eléctrico.



ii. Pulse sobre el enlace “Pantalla metálica” de la barra de navegación izquierda.

El cuadrado rosa representa un cubo cargado uniformemente (+) en su volumen y se puede mover horizontalmente. Arrastre el cubo cargado hacia la pantalla metálica (dibujada en negro) de la derecha. Tanto la pantalla como la caja externa están conectadas a 0 V respecto a tierra. En los conductores aparecen unas marcas azul ténue(-) que representan la carga inducida en la superficie del conductor.



Se han añadido dos cargas de prueba rosa (+) y azul ténue (-), que también se pueden desplazar para medir el campo eléctrico. Las flechas de las cargas representan la fuerza que experimentan (en la carga negativa, el sentido es opuesto al campo eléctrico).

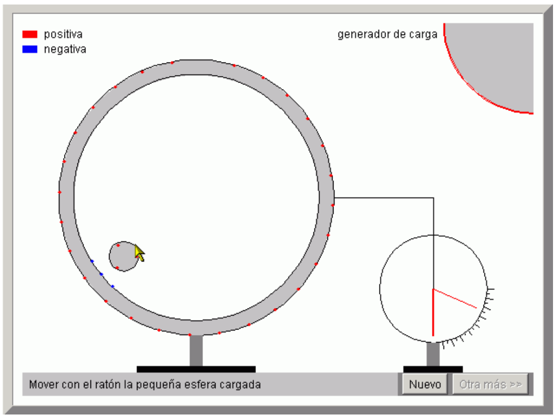
a) Arrastre el cubo cargado horizontalmente hasta hasta el extremo izquierdo o derecho. ¿Por qué se concentran las cargas inducidas preferiblemente cerca del cubo? Ayuda: en la superficie de un conductor $|E| = \sigma/\varepsilon_0$;

b) ¿De dónde provienen las cargas inducidas (azul ténue) que aparecen en las superficies conducoras negras?

c) Ponga cualquiera de las cargas de prueba en el espacio entre el rectángulo conductor negro y el borde exterior conductor (junto al borde de la derecha). ¿se podría decir que esa región está aislada del campo eléctrico que hay a la izquierda por la pantalla (rectángulo conductor negro) de la derecha? Si lo desea, puede comprobarlo viendo la representación del campo eléctrico.

iii. Pulse sobre el enlace “Cubeta de Faraday” de la barra de navegación izquierda.

El proceso de transferencia de carga de un conductor a otro mediante contacto "interno" fue estudiado por Faraday, utilizando como conductor hueco el recipiente metálico donde guardaba el hielo que empleaba en el laboratorio.



La animación simula la cubeta de Faraday, un recipiente hueco que tiene una apertura en la parte superior.

Un electroscopio conectado a la superficie exterior de la cubeta nos señala la presencia de carga mediante la desviación de su lámina metálica.

a) Comenzamos la "experiencia" pulsando el botón titulado *Nuevo*.

b) Con el puntero del ratón cogemos una bola que ha sido cargada (positivamente o en color rojo) poniéndola en contacto con un generador electrostático como el de Van de Graaff.

Introducimos la bola por el orificio situado en la parte superior del conductor hueco inicialmente descargado. En el momento en que introducimos la carga, se muestra las cargas inducidas en la superficie interior de la cubeta de signo contrario (negativas o de color azul) y a su vez aparecen en la pared exterior de la cubeta un número igual de cargas positivas (en color rojo). El electroscopio detecta la presencia de carga desviándose ligeramente su lámina metálica indicadora.

c) Arrastramos la bola con el puntero del ratón hasta que toque con la pared interior de la cubeta. La carga de la bola se transfiere a la cubeta, se cancelan las cargas de la bola con igual número de cargas de signo opuesto en la superficie interior de la cubeta. El indicador del electroscopio no se mueve, ya que la superficie externa permanece con la misma carga.

d) Pulsamos el botón titulado *Otra más*. La bola se traslada y se pone en contacto de nuevo con el generador electrostático dispuesta para ser introducida a través del orificio del conductor hueco.

Vamos observando como se va cargando la cubeta, y cómo se desvía un ángulo cada vez mayor la lámina metálica del electroscopio que nos indica la cantidad de carga acumulada.